

Martin KREJSA¹, Vladimír TOMICA²

VYUŽITÍ METODY POPV K VÝPOČTU ŠÍŘENÍ ÚNAVOVÝCH TRHLIN

CALCULATION OF FATIGUE CRACK PROPAGATION USING DOPROC METHOD

Abstrakt

U ocelových konstrukcí a mostů namáhaných únavou lze stanovit pravděpodobnosti pro základní jevy, které mohou nastat v libovolném čase t životnosti konstrukce a souvisí s růstem únavové trhliny. Tyto pravděpodobnosti, určené na základě analýzy funkce spolehlivosti pro každý rok provozu konstrukce např. metodou POPV, jsou výchozím podkladem pro stanovení času prohlídek cyklicky namáhané ocelové konstrukce nebo mostu s využitím podmíněné pravděpodobnosti.

Klíčová slova

Přímý Optimalizovaný Pravděpodobnostní Výpočet, POPV, programový systém ProbCalc, únavová trhlina, plocha oslabení, lineární lomová mechanika, přípustný rozměr, měřitelný rozměr, iniciační rozměr, šíření z okraje, šíření z povrchu, podmíněná pravděpodobnost, prohlídka konstrukce.

Abstract

Probabilistic calculation of steel structures and bridges using DOProC method, leads to the probabilities of three basic random events in dependence on years of bridge's operation and fatigue crack propagation. On the basis of that calculation for each individual year, determined by analysis of reliability function, the dependence of the failure probability on time of the bridge's operation is specified. When the limit reliability is known, it is possible to determine times of the structure's inspections using conditional probability.

Keywords

Direct Optimized Probabilistic Calculation, DOProC, software package ProbCalc, fatigue crack, weakened cross section area, linear fracture mechanics, acceptable size, detectable size, initial size, propagation from the edge, propagation from the surface, conditional probability, inspection of structure.

1 ÚVOD

Spolehlivost nosné konstrukce, namáhané proměnným zatížením, je výrazně ovlivněna degraďačními účinky, způsobené zejména únavou základního materiálu. V procesu návrhu těchto konstrukcí se vychází z koncepce tzv. Wöhlerových křivek, u nichž se připouští omezená životnost do porušení, velmi problematicky stanoveného na základě konstantního rozkmitu a předpokládaného množství zatěžovacích cyklů. Metodika byla postupně rozpracována do postupů vystihujících reálné podmínky a usnadňujících práci projektantů. Náhodně se objevující únavové trhlinky na stávajících

¹ Ing. Martin Krejsa, Ph.D., Katedra stavební mechaniky, Fakulta stavební, VŠB-Technická univerzita Ostrava, Ludvíka Podéště 1875, 708 33 Ostrava - Poruba, tel.: (+420) 597 321 303, e-mail: martin.krejsa@vsb.cz .

² Prof. Ing. Vladimír Tomica, CSc., Katedra konstrukcí, Fakulta stavební, VŠB-Technická univerzita Ostrava, Ludvíka Podéště 1875, 708 33 Ostrava - Poruba, tel.: (+420) 597 321 357, e-mail: vladimir.tomica@vsb.cz .

konstrukcích – jeřábových drahách a mostech, nasvědčují o jisté nedokonalosti této návrhové metodiky. Rozvíjejí se metody uvažující s podchycením možných vad a defektů ve formě inicializačních trhlin, které výrazně urychlují šíření únavových trhlin. Jednou z alternativ je lineární lomová mechanika, jež je předmětem zkoumání již řadu let zejména ve strojírenských oborech a do problematiky návrhu nosných stavebních konstrukcí je postupně přebírána a upravována. Využívá se zejména ke stanovení časů prohlídek a k analýze jejich výsledků, které při nezjištění trhlin vedou k podmíněné pravděpodobnosti jejich vzniku.

Řešená problematika je zaměřena na únavové poškození stavebních ocelových konstrukcí a mostů, u nichž vyhodnocuje charakterizování přípustného (acceptable) rozměru povrchové únavové trhliny. Tento rozměr má rozhodující úlohu při degradaci prvku navrženého na extrémní kombinaci zatížení, zatíženého ale provozními proměnnými účinky. Jedná se o možnou sledovatelnou degradaci navrženého prvku na mezní stav únosnosti.

Výsledkem řešení je stanovení postupů, které mají objasnit v současnosti přípustné metody navrhování na únavu bezpečné životnosti a přípustné poruchovosti. Pro aplikaci teoretického řešení byla vybrána pásnice spřaženého ocelobetonového mostu, která je převážně tažená. Podle polohy iniciační trhliny je možné šíření trhliny sledovat z okraje (např. [4] až [9]) nebo povrchu (např. [3], [10] a [11]), které představují vzhledem k četnosti, významu i koncentraci napětí nejvýznamnější lokalitu nebezpečí vzniku únavového poškození na ocelových konstrukcích a mostech.

Řešené úlohy se opírají o pravděpodobnostní metodu Přímého optimalizovaného pravděpodobnostního výpočtu (zkráceně POPV), viz např. [12] až [16], která vede k určení pravděpodobnosti poruchy P_f a stanovení času pravidelných prohlídek konstrukce.

2 UVEDENÍ DO ZÁKLADNÍ PROBLEMATIKY

Výskyt iniciačních trhlin a jejich šíření na konstrukcích vystavených únavovému zatěžování je dlouhodobě znám. Souvisí s vyhotovováním ocelových konstrukcí a zejména s vytvářením detailů, které jsou náchylné k únavovým poškozením. Zásadní rozdíl je mezi iniciacemi trhlin jednak vzniklými v inkluzích při výrobě oceli nebo způsobenými při zhotovování konstrukčního detailu. První z nich trvá dlouhou dobu - než se dostane na povrch, což ve druhém případě je nabízeno už od počátku zatěžování. Normové přístupy předchozích norem EC byly založeny na neexistenci povrchových trhlin. Metoda přípustného poškození v nové normě už nahodilost výskytu povrchových trhlin připouští. Podstatným rozdílem je to, že únavový lom nemusí být křehký, ale houževnatý. Druhý případ je u reálných detailů ocelových konstrukcí a mostů výrazně čtenější než první, využívaný při experimentálních měřeních na opracovaných malých zkušebních vzorcích. Tato skutečnost není novým objevem. Je dlouhodobě známa a uvádí jej např. T. L. Anderson [1]. Nahodile vzniklá možnost iniciačních trhlin z povrchových partií (z okrajů nebo povrchů) ale byla při navrhování v případě předepsaných úprav a opracování těchto detailů opomíjena.

Pro podchycení šíření únavových trhlin jsou důležité tři jejich rozměry. Prvním je iniciační rozměr, druhým změřitelný a třetím významným rozměrem je rozměr konečný, zaznamenaný před porušením formou křehkého nebo houževnatého lomu.

Poškození únavovou trhlinou je závislé na počtech cyklů rozkmitu napětí, což představuje časový faktor v průběhu spolehlivosti po celou návrhovou životnost. Poruchovost narůstá s časem a spolehlivost klesá.

Problematika je sledovaná ve dvou vzájemně se ovlivňujících částech: pravděpodobnostním řešení šíření únavové trhliny a nejistotách při stanovení veličin vstupujících do výpočtu.

Únavová trhlina, oslabující konstrukční prvek o určitou plochu, je při sledování růstu popisovaná jen jedním celkovým rozměrem a . Pro popis růstu trhliny se nejčastěji používá metoda lineární pružné lomové mechaniky definovaná Paris-Erdoganovou rovnicí:

$$\frac{da}{dN} = C(\Delta K)^m, \quad (1)$$

kde C , m jsou materiálové konstanty, a je rozměr trhliny a N je počet zatěžovacích cyklů.

Při výchozím předpokladu, že prvotní je návrh konstrukce podle metody mezního stavu únosnosti na účinky extrémního zatížení s následným posudkem únavové odolnosti, pak je rezerva spolehlivosti v inženýrské pravděpodobnostní metodě vyjádřená ve tvaru

$$g_{(R,S)} = G = R - S, \quad (2)$$

kde R je náhodně proměnná odolnost prvku a S představuje náhodně proměnné účinky extrémního zatížení.

Podmínka pro stanovení přípustné délky trhliny a_{ac} se s použitím (1) vyjádří:

$$N = \frac{1}{C} \int_{a_0}^{a_{ac}} \frac{da}{\Delta K^m} > N_{cel}, \quad (3)$$

kde N je počet cyklů pro zvětšení trhliny z iniciační a_0 do přípustné a_{ac} , N_{cel} je počet cyklů za dobu celé životnosti.

Vztah pro rychlost šíření únavové trhliny (1) se musí pro sledovaný účel upravit. Stav napjatosti v okolí čela trhliny se vyjadřuje pomocí koeficientu intenzity napětí ΔK , který závisí na způsobu namáhání (ohyb, tah), velikosti a tvaru únavové trhliny a na geometrii sledovaného nosného prvku. Při konstantním rozkmitu napětí $\Delta \sigma$ a osovém namáhání pásnice – tahem, jej lze vyjádřit vztahem:

$$\Delta K = \Delta \sigma \sqrt{\pi a} F_{(a)}. \quad (4)$$

Kalibrační funkce $F_{(a)}$ sleduje průběh šíření trhliny. Úpravou (1) s využitím (4) lze pak získat:

$$\int_{a_1}^{a_2} \frac{da}{(\sqrt{\pi a} F_{(a)})^m} = \int_{N_1}^{N_2} C \Delta \sigma^m dN. \quad (5)$$

Levá strana rovnice vyjadřuje odolnost konstrukce R , pravá strana definuje akumulaci účinků zatížení S .

Lze definovat funkci spolehlivosti, jejíž analýzou je možno získat pravděpodobnost poruchy P_f :

$$G_{fail(Z)} = R_{(a_2)} - S, \quad (6)$$

kde Z je vektor náhodných fyzikálních vlastností – mechanických vlastností materiálu, geometrie konstrukce, účinků zatížení a také rozměrů únavové trhliny. Pravděpodobnost poruchy je pak rovna:

$$P_f = P(G_{fail(Z)} < 0) = P(R_{(a_2)} < S). \quad (7)$$

3 METODIKA VÝPOČTU ŠÍŘENÍ ÚNAVOVÉ TRHLINY

Pro aplikace teoretického řešení byla po provedených studiích vybrána tažená pásnice. Podle polohy iniciační trhliny je možné šíření trhliny sledovat z okraje (obr.1) nebo povrchu (obr.2). Tyto případy co do četnosti, významu i koncentrace napětí jsou nejvýznamnější lokalitou nebezpečí vzniku únavového poškození na ocelových konstrukcích a mostech.

Pro porovnání obou případů podle místa iniciace trhliny poslouží pásnice bez koncentrace napětí. Případy se odlišují kalibrační funkcí $F_{(a)}$ a vytvářením oslabující plochy při šíření trhliny.

3.1 Šíření únavové trhliny z okraje

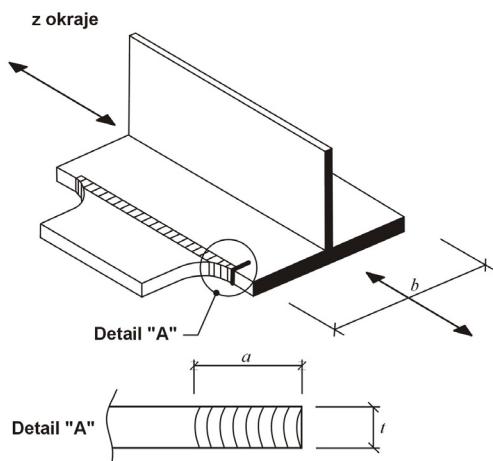
Pro trhlínu z okraje je kalibrační funkce rovna:

$$F_{(a)} = 1,12 - 0,231 \left(\frac{a}{b} \right) + 10,55 \left(\frac{a}{b} \right)^2 - 21,72 \left(\frac{a}{b} \right)^3 + 30,39 \left(\frac{a}{b} \right)^4, \quad (8)$$

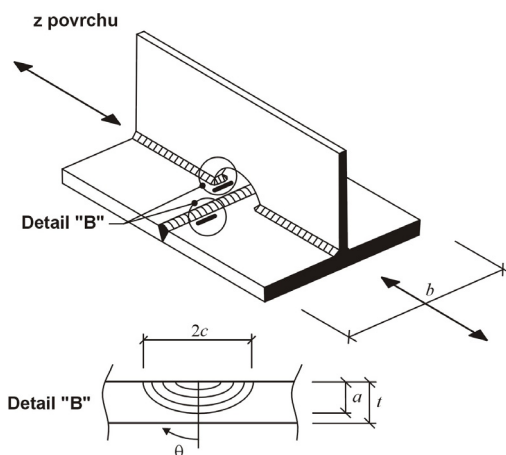
kde a je délka trhliny a b šířka pásnice (viz obr.1).

Přípustnou velikost trhliny a_{ac} pak lze vyjádřit vztahem, který vychází z odvozeného oslabení průřezové plochy pásnice:

$$a_{ac} = b \cdot \left(1 - \frac{\sigma_{\max}}{f_y} \right). \quad (9)$$



Obr.1: Charakteristické šíření trhliny z vnějšího okraje



Obr.2: Charakteristické případy šíření trhliny z povrchu

3.2 Šíření únavové trhliny z povrchu

Obdobný přístup lze využít i při stanovení přípustné velikosti trhliny, šířící se z povrchu. Pro ocelové svařované dvouose symetrické profily tvaru I, kde únavová trhlina vzniká ve spodní tažené pásnici, lze účinek od ohybu zanedbat. Pásnice je pak namáhána pouze normálovým napětím od osového namáhání – tahu $\sigma_m = \sigma$.

Analytické vyjádření přípustné velikosti trhliny, šířící se z povrchu, se dá odvodit obtížně, neboť trhlina mění svůj tvar v průběhu svého růstu. Podle [2] se její tvar nahrazuje semieliptickou křivkou s délkou poloos a (hloubka trhliny) a c (polovina šířky trhliny) – viz obr.2. Plocha povrchové trhliny je v závislosti na počtu zatěžovacích cyklů N dána rovnicí:

$$A_{cr(N)} = \frac{1}{2} \pi \cdot a_{(N)} \cdot c_{(N)}. \quad (10)$$

Při růstu únavové trhliny z povrchu již tedy nestačí sledovat změnu pouze jednoho rozměru trhliny, jak je tomu např. u trhliny šířící se z okraje, ale tvar trhliny je nutno analyzovat ve směru obou poloos a a c . Nárůst únavové trhliny z povrchu je ve směru poloosy a závislý od nárůstu trhliny ve směru poloosy c . Rychlost šíření trhliny je dána vztahem (1). V [17] je uvedena rovnice pro výpočet přírůstku hloubky trhliny Δa v závislosti na přírůstku šířky trhliny Δc :

$$\Delta a = \left\{ \frac{1}{\left[1,1 + 0,35 \left(\frac{a}{t} \right)^2 \sqrt{\frac{a}{c}} \right]} \right\}^m \Delta c. \quad (11)$$

Rozměry trhliny a a c jsou během jejich nárůstu omezeny shora limitními hodnotami:

$$2 \cdot c \leq 0,8 b_f \text{ a } a \leq 0,8 t_f, \quad (12)$$

po jejichž překročení se již nárůst únavové trhliny chová odlišně.

V [17] je rovněž uveden výsledný vztah vzájemné závislosti rozměrů a a c :

$$c = \frac{0,3027}{t} \cdot a^2 + 1,0202 \cdot a + 0,00699 \cdot t. \quad (13)$$

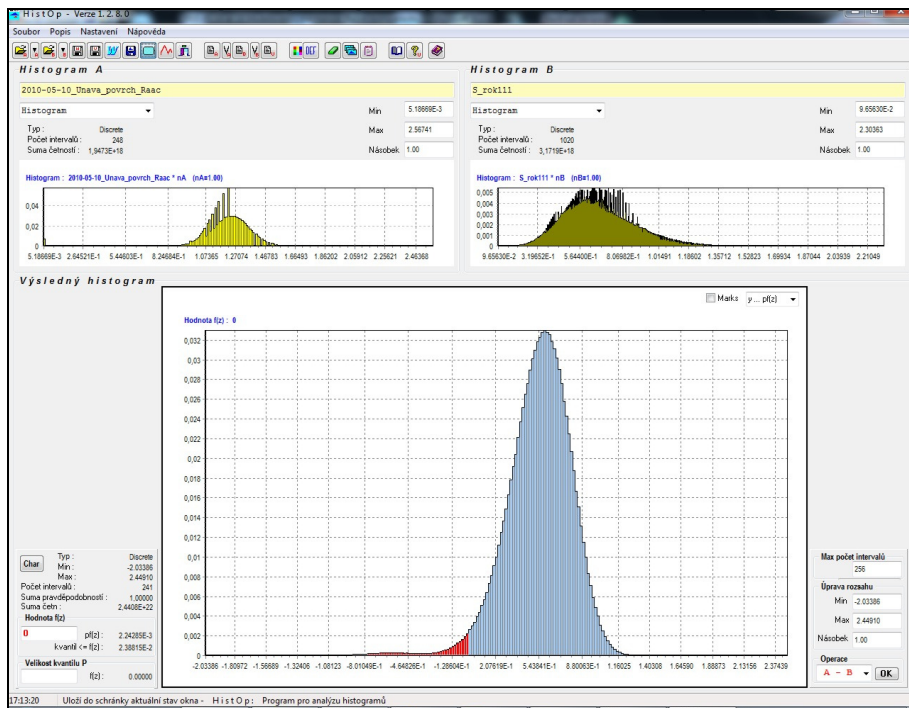
Při stanovení přípustného rozměru je nutno vyjít z upraveného vztahu (10). Úpravou pak vychází:

$$\sigma_{\max} \cdot \frac{b_f t_f}{b_f t_f - \frac{1}{2} \pi a \left(\frac{0,3027}{t_f} \cdot a^2 + 1,0202 \cdot a + 0,00699 \cdot t_f \right)} \leq f_y \quad (14)$$

Přímé explicitní vyjádření velikosti trhliny a je obtížné. Pro výpočet přípustného rozměru trhliny a_{ac} je pak nutno využít numerický iterační postup, při kterém je také nutno brát v úvahu omezení dané vztahem (14).

4 PRAVDĚPODOBNOSTNÍ VÝPOČET ŠÍŘENÍ POVRCHOVÝCH ÚNAVOVÝCH TRHLIN

Pro pravděpodobnostní výpočet únavové odolnosti konstrukce s uvažováním vzniku trhlin z povrchu byla využita metoda Přímého optimalizovaného pravděpodobnostního výpočtu (zkráceně POPV), viz např. [12] až [16]. Pravděpodobnostní výpočet šíření únavových trhlin z povrchu pak dále spočívá v určení odolnosti konstrukce $R(a_d)$ a $R(a_{ac})$ s využitím levé strany rovnice (5). Další veličinou určující šíření únavových trhlin v konstrukci je účinek zatížení S , který lze stanovit pro každý rok provozu konstrukce s využitím pravé strany výrazu (5). Závěrečná část výpočtu spočívá v určení pravděpodobnosti poruchy P_f podle vztahu (7) pro jednotlivé roky provozu konstrukce, která se rovná hodnotě kvantilu v záporné části histogramu funkce spolehlivosti G_{fail} (např. obr.2).



Obr.2: Histogram funkce spolehlivosti $G_{fail} = R(a_{ac}) - S$ po 111 letech provozu. Výsledná pravděpodobnost poruchy $P(G_{fail} < 0) = 2,38815 \cdot 10^{-2}$ (výstup z programu HistOp)

Takto stanovené pravděpodobnosti poruchy slouží k určení pravděpodobnosti náhodných jevů U , D a F , které mohou nastat v libovolném čase „ t “ během životnosti konstrukce, a jsou definovány např. v [8]:

- **Jev $U(t)$:** V čase „ t “ nebyla zjištěna žádná únavová trhлина, takže velikost únavové trhliny $a(t)$ ještě nedosáhla měřitelnou velikost a_d (*detectable*), takže platí:

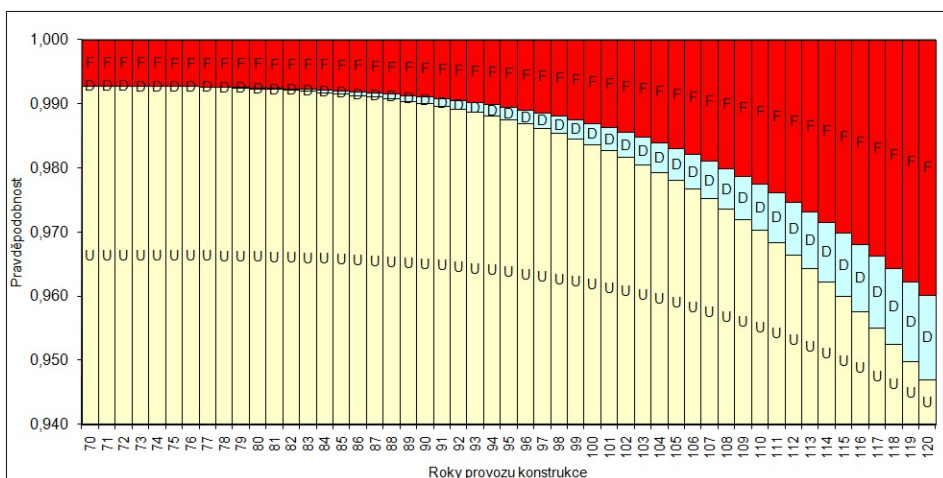
$$a(t) < a_d \quad (15)$$

- **Jev $D(t)$:** V čase „ t “ byla zjištěna únavová trhлина, jejíž velikost $a(t)$ ale zatím nedosáhla přípustnou velikost a_{ac} , takže platí:

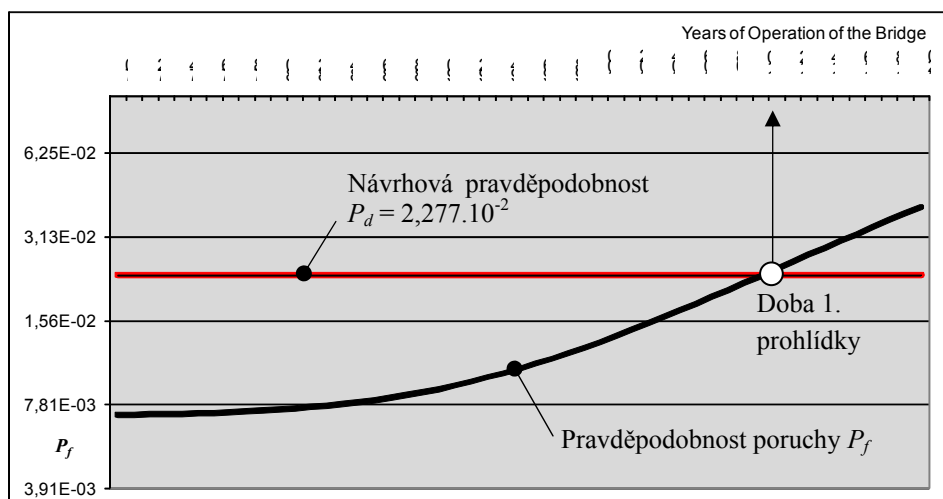
$$a_d \leq a(t) < a_{ac} \quad (16)$$

- **Jev $F(t)$:** V čase „ t “ byla zjištěna porucha, neboť velikost únavové trhliny $a(t)$ dosáhla přípustnou velikost a_{ac} , takže platí:

$$a(t) \geq a_{ac} \quad (17)$$



Obr.4: Pravděpodobnosti jevů U , D a F v závislosti na letech provozu mostu (v období mezi 70. a 120. rokem)



Obr.5: Závislost pravděpodobnosti poruchy P_f na letech provozu mostu, potřebná pro stanovení doby první prohlídky mostní konstrukce.

Tyto tři náhodné jevy, související s růstem únavové trhliny, definují úplný prostor jejich vzniku. Pravděpodobnosti výskytu těchto náhodných jevů byly vypočteny pro každý rok životnosti konstrukce a na ukázkou jsou pro čas $t=70$ až 120 let zobrazeny na obr.4.

Na základě výpočtu pravděpodobnosti poruchy P_f (pravděpodobnost jevu F) a zadání požadované spolehlivosti pak lze stanovit i dobu první prohlídky na mostě. Požadovaná spolehlivost byla vyjádřena návrhovou pravděpodobností poruchovosti $P_d=0,02277$. Na obr.5 je zobrazen graf závislosti pravděpodobnosti poruchy P_f na letech provozu konstrukce. Pro daný případ řešeného ocelového mostu byla doba první prohlídky mostní konstrukce zaměřené na sledování vzniku únavové trhliny z povrchu stanovena na 111.rok provozu konstrukce.

V porovnání s šířením únavové trhliny z okraje se mj. potvrdila skutečnost, že rychlost šíření únavové trhliny z povrchu je pomalejší. Vztáhneme-li tuto rychlost k stanovení doby první prohlídky konstrukce, která v souvislosti s únavovou trhlinou z okraje byla stanovena na 54 rok provozu konstrukce, pak je šíření únavové trhliny z povrchu více než dvakrát pomalejší.

5 ZÁVĚR

Příspěvek uvádí teoreticky i prakticky zpracovaný přístup k řešení šíření únavových trhlin z povrchu se zaměřením na její největší přípustný rozměr. Takto sledovaný konečný rozměr únavové trhliny může přispět k rozlišení jejího kritického a přípustného rozměru. Přípustný rozměr v sobě zahrnuje bezpečnostní požadavky na dosažení kritické trhliny, která může být odvozená od křehkého lomu, ale pro ocelové konstrukce významněji od lomu houževnatého.

Přípustnou únavovou trhlinu lze charakterizovat jako rozměr, který na průřezech a prvcích ocelových konstrukcí a mostů, navržených na kombinace extrémních účinků zatížení, může být vlivem jejich postupné degradace dosažen při dodržení podmínek požadované spolehlivosti na konci návrhové doby života konstrukce.

Nová metoda přípustného poškození už možnosti svého poškození ve svém názvu prozrazuje. Původcem je možná neodstraněná vada, která se stává iniciační trhlinou. Její předpokládaný rozměr nebo neexistenci má odhalit zpracovaný systém prohlídek. Význam těchto prohlídek je výrazně větší než u běžných prohlídek. Týká se to individuálně stanovených časů a nároků na kvalitu prohlídek.

PODĚKOVÁNÍ

Projekt byl realizován za finančního přispění MŠMT ČR, projekt 1M0579 v rámci činnosti Centra integrovaného navrhování progresivních stavebních konstrukcí CIDEAS.

LITERATURA

- [1] ANDERSON, T.L. *Fracture mechanics: fundamentals and applications*, second edition. CRC Press, Boca Roca, Florida, 1995.
- [2] SMITH, C.W. & PETERS, W.H. & KIRBI, G.C. & ANDONIAN, A. Stress-intensity distribution for natural flaw shapes approximating „Benchmark“ geometries. In *Proceedings of the 13th national symposium on Fracture mechanics*. pp 422-437 (16p), Philadelphia, 1980.
- [3] NEWMAN, J.C. & RAJU, I.S. Analyses of surface cracks in finite plates under tension or bending loads. In *NASA TP-1578 (National aeronautics and space administration)*. Washington, D.C., 1979.
- [4] KREJSA, M. & TOMICA, V. Probabilistic approach to the propagation of fatigue cracks using Direct Determined Fully Probabilistic Method. In *Proceedings of the 7th International Conference on New Trends in Statics and Dynamics of Buildings*. Edited by N.Jendželovský a A.Grmanová. pp 155-156 (2 p). Slovakia Faculty of Civil Engineering STU Bratislava and Slovak Society of Mechanics SAS. 22.-23.10.2009, Bratislava. ISBN 978-80-227-3170-6.
- [5] TOMICA, V. & KREJSA, M. Únavová odolnost v metodě přípustných poškození. In *22. česká a slovenská mezinárodní konference Ocelové konstrukce a mosty 2009*. 23.-25.9.2009, Brno. ISBN 978-80-7204-635-5.

- [6] TOMICA, V. & KREJSA, M. & GOCÁL, J. Přípustná únavová trhlina - teorie. In *Sborník vědeckých prací Vysoké školy báňské – Technické univerzity Ostrava*, číslo 1, rok 2008, ročník VIII, řada stavební, článek 9. pp 103-110 (8p). ISBN 978-80-248-1883-2. ISSN 1213-1962.
- [7] TOMICA, V. & KREJSA, M. & GOCÁL, J. Přípustná únavová trhlina - aplikace. In *Sborník vědeckých prací Vysoké školy báňské – Technické univerzity Ostrava*, číslo 1, rok 2008, ročník VIII, řada stavební, článek 10. pp 111-124 (14p). ISBN 978-80-248-1883-2. ISSN 1213-1962.
- [8] TOMICA, V. & KREJSA, M. Optimal Safety Level of Acceptable Fatigue Crack. In *5th International Probabilistic Workshop*. Ghent, Belgium, 28.-29.11.2007. Edited by Luc Taerwe & Dirk Proske. ISBN 978-3-00-022030-2.
- [9] TOMICA, V. & KREJSA, M. Možnost pravděpodobnostního výpočtu únavové trhliny metodou PDPV. In *Sborník vědeckých prací Vysoké školy báňské - Technické univerzity Ostrava*. Řada stavební, číslo 1, rok 2007, ročník VII. pp 211-220 (20p). ISSN 1213-1962 ; ISBN 978-80-248-1661-6.
- [10] KREJSA, M. & TOMICA, V. Pravděpodobnostní přístup k šíření povrchových únavových trhlin v návaznosti na vytvoření plochy oslabení. In *Sborník příspěvků mezinárodní konference Modelování v mechanice 2010*. VŠB-TU Ostrava, Stavební fakulta, 18. až 19. květen 2010. pp 3-4 rozšířený abstrakt, (13 p) plné znění na CD-ROM. ISBN 978-80-248-2234-1.
- [11] KREJSA, M. & TOMICA, V. Probabilistic Approach to the Propagation of Fatigue Crack Using Direct Optimized Fully Probabilistic Calculation. In *Sborník referátů mezinárodní konference Civil Engineering Design and Construction (Eurocodes - Science and Practice)*, Varna, Bulharsko, 9. až 11. září 2010. pp 346-353. Prof. Marin Drinov Academic Publishing House, 2010. ISBN 978-954-322-310-7.
- [12] *ProbCalc software a metoda POPV* [on-line]. <<http://www.fast.vsb.cz/popv>>.
- [13] JANAS, P. & KREJSA, M. & KREJSA, V. Structural Reliability Assessment using a Direct Determined Probabilistic Calculation. In *Proceedings of the Twelfth International Conference on Civil, Structural and Environmental Engineering Computing*, B.H.V. Topping, L.F. Costa Neves and R.C. Barros (Editors). Civil-Comp Press, Stirlingshire, Scotland. Paper 79, 2009, ISBN 978-1-905088-31-7.
- [14] JANAS, P. & KREJSA, M. & KREJSA, V. Using the Direct Determined Fully Probabilistic Method for determination of failure. In *Proceedings of the European Safety and Reliability Conference*, Esrel 2009. 7.-10.9.2009, Praha. Reliability, Risk and Safety: Theory and Applications – Briš, Guedes Soares & Martorell (eds), 2010 Taylor & Francis Group, London, ISBN 978-0-415-55509-8 (set of 3 volumes + CD-ROM), ISBN 978-0-203-85975-9 (e-book).
- [15] JANAS, P. & KREJSA, M. & KREJSA, V. Current Possibilities of Direct Determined Fully Probabilistic Method (DDPFM). In *Proceedings of 4th International ASRANet Colloquium*. Athens, Greece, 25.-27.6.2008. ISBN 978-0-9553550-2-8.
- [16] JANAS, P. & KREJSA, M. & KREJSA, V. Structural Reliability Assessment Using Direct Determined Fully Probabilistic Calculation, In *Proceedings of 3rd International ASRANet Colloquium 2006* (abstract p.8, full paper on CD). 10–12th July 2006, Glasgow, UK. ISBN 0-9553550-0-1 / 978-0-9553550-0-4.
- [17] KOTEŠ, P. Vplyv vzniku a šírenia únavovej trhliny na spoľahlivosť oceľových prvkov, 2005.
- [18] KRÁLIK, J. Comparison of Probabilistic Methods to Solve the Reliability of Structures in ANSYS. In *Konference ANSYS*. pp 63-70 (8 p). TechSoft Engineering & SVS FEM, Plzeň, 23.-25. září 2009. ISBN 978-80-254-5437-4.

Oponentní posudek vypracoval:

Prof. Ing. Zdeněk Kala, PhD., Stavební fakulta, Vysoké učení technické v Brně.